

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 до 14.10.2026

Б1.О.13.02 Математика

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине:

Б1.О.13.02 Математика

по направлению подготовки:

27.03.02 Землеустройство и кадастры

профиль

Земельно-имущественные правоотношения

подготовки

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) **Математика** включает:

- перечень компетенций, планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы и этапы их формирования;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования;
- описание шкал оценивания;
- критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (промежуточной аттестации) по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции(ий).

1. Перечень компетенций, планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы и этапы их формирования

Рабочая программа дисциплины (модуля) определяет перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Компетенция		Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	
Код	Наименование		
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	способен выбрать математический аппарат для решения поставленной задачи; способен самостоятельно принимать решения при выполнении профессиональных задач.	
		В области знания и понимания (А) - знать	
		Знать	о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (В) - уметь	
		Уметь	применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (С) - владеть навыками	
	Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов	
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики	способен четко формулировать основные положения изучаемой дисциплины; способен провести анализ выбранного математического аппарата и его корректности к решению профессиональных задач.	
		В области знания и понимания (А) - знать	
		Знать	о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (В) - уметь	

Компетенция		Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	
Код	Наименование		
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	Уметь	применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (С) - владеть навыками	
		Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов
		Способен применить выбранный математический аппарат к решению профессиональной задачи; способен грамотно и аргументированно решить поставленную задачу.	
		В области знания и понимания (А) - знать	
		Знать	о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельности; основные направления развития современной математики
		В области интеллектуальных навыков (В) - уметь	
		Уметь	применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности; строить математические модели изучаемых процессов и явлений
		В области практических навыков (С) - владеть навыками	
		Владеть	основными методами разделов высшей математики; навыками применения стандартных математических моделей и методов

В рабочей программе дисциплины (модуля) этапы формирования компетенций определены тематическим планом.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

В качестве показателей оценивания компетенций на различных этапах их формирования в университете определены следующие средневзвешенные уровни сформированности компетенций в которых участвует дисциплина:

- ✓ повышенный;
- ✓ базовый;
- ✓ пороговый;
- ✓ недостаточный.

Критерии оценивания компетенций (признак, на основании которого, проводится оценка по выбранному показателю):

Таблица 1

показатель оценивания компетенций	результат обучения	критерии оценивания компетенций
-----------------------------------	--------------------	---------------------------------

повышенный	Знать	Обучающийся продемонстрировал: глубокие исчерпывающие знания и понимание программного материала; содержательные, полные, правильные и конкретные ответы на все вопросы, включая дополнительные; свободное владение основной и дополнительной литературой, рекомендованной учебной программой
	Уметь	Обучающийся продемонстрировал: понимание программного материала; умение свободно решать практические контрольные задания (ситуационные задачи, краткие формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить или описание результата, который нужно получить и др); логически последовательные, содержательные, полные, правильные и конкретные ответы (решения) на все поставленные задания (вопросы), включая дополнительные; свободное владение основной и дополнительной литературой, рекомендованной учебной программой
	Владеть	Обучающийся продемонстрировал: понимание программного материала; умение свободно решать комплексные практические задания (решения задач по нестандартным ситуациям (подготовки или экспертизы документов, решения задач анализа и оценки и т.п.); успешно защитил индивидуальный или групповой проект или портфолио, при наличии объективных практических результатов, характеризующих уровень сформированности компетенции(ий); логически последовательные, полные, правильные и конкретные ответы в ходе защиты задания (проекта, портфолио), включая дополнительные уточняющие вопросы (задания); свободное владение основной и дополнительной литературой, рекомендованной учебной программой
базовый	Знать	Обучающийся продемонстрировал: твердые и достаточно полные знания программного материала; правильное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений; последовательные, правильные, конкретные ответы на поставленные вопросы при свободном устранении замечаний по отдельным вопросам; достаточное владение литературой, рекомендованной учебной программой
	Уметь	Обучающийся продемонстрировал: понимание программного материала; умение решать практические контрольные задания (ситуационные задачи, краткие формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить или описание результата, который нужно получить и др.); логически последовательные, правильные и конкретные ответы (решения) на основные задания (вопросы), включая дополнительные; устранение замечаний по отдельным элементам задания (вопроса); владение основной и дополнительной литературой, рекомендованной учебной программой
	Владеть	Обучающийся продемонстрировал: понимание программного материала; умение решать комплексные практические задания (решения задач по нестандартным ситуациям (подготовки или экспертизы документов, решения задач анализа и оценки и т.п.); достаточно успешно защитил индивидуальный или групповой проект или портфолио, при наличии практического результата, характеризующего уровень сформированности компетенции; продемонстрировал логически последовательные, достаточно полные, правильные ответы в ходе защиты задания (проекта, портфолио), включая дополнительные; самостоятельно устранил замечания по отдельным элементам задания (вопроса); владение

		основной и дополнительной литературой, рекомендованной учебной программой
пороговый	Знать	Обучающийся продемонстрировал: твердые знания и понимание основного программного материала; правильные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы при устранении неточностей и несущественных ошибок в освещении отдельных положений при наводящих вопросах преподавателя; недостаточно полное владение литературой, рекомендованной учебной программой
	Уметь	Обучающийся продемонстрировал: понимание основного программного материала; умение, без грубых ошибок, решать практические контрольные задания (ситуационные задачи, краткие формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить или описание результата, который нужно получить и др.); правильные, без грубых ошибок, ответы (решения) на основные задания (вопросы), включая дополнительные, устранение, при наводящих вопросах преподавателя, замечаний по отдельным элементам задания (вопроса); недостаточно полное владение литературой, рекомендованной учебной программой
	Владеть	Обучающийся продемонстрировал: понимание основного программного материала; умение, без грубых ошибок, решать комплексные практические задания (решения задач по нестандартным ситуациям (подготовки или экспертизы документов, решения задач анализа и оценки и т.п.); защитил, с устранением ошибок, индивидуальный или групповой проект или портфолио, при наличии практического результата, характеризующего уровень сформированности компетенции; без грубых ошибок дал ответы на поставленные вопросы при устранении неточностей и ошибок в решениях в ходе защиты задания (проекта, портфолио) при наводящих вопросах преподавателя; недостаточно полное владение литературой, рекомендованной учебной программой
недостаточный	Знать	Обучающийся продемонстрировал: неправильные ответы на основные вопросы; грубые ошибки в ответах; непонимание сущности излагаемых вопросов; неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; не владеет основной литературой, рекомендованной учебной программой
	Уметь	Обучающийся продемонстрировал: непонимание основного программного материала; неумение решать практические контрольные задания (ситуационные задачи, краткие формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить или описание результата, который нужно получить и др.); не дал правильные ответы (решения) на основные задания (вопросы), включая дополнительные; не устранил, при наводящих вопросах преподавателя, замечания и грубые ошибки по заданию (вопросу); не владеет основной учебной литературой, рекомендованной учебной программой
	Владеть	Обучающийся продемонстрировал: непонимание основного программного материала; неумение, решать комплексные практические задания (решения задач по нестандартным ситуациям (подготовки или экспертизы документов, решения задач анализа и оценки и т.п.); не смог защитить индивидуальный или групповой проект или портфолио, при наличии грубых ошибок дал неправильные ответы на поставленные вопросы при устранении неточностей и ошибок в решениях в ходе защиты задания (проекта, портфолио) при наводящих вопросах преподавателя; не владеет основной учебной

3. Описание шкал оценивания

При проведении промежуточной аттестации в университете используются традиционные формы аттестации:

<i>Форма промежуточной аттестации</i>	<i>Шкала оценивания</i>
ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ (дифференцированный зачет)	"отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно"
ЭКЗАМЕН	"отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно"

4. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде **ЗНАНИЙ** используются следующие процедуры и технологии:

- устный ответ на вопрос(ы) или индивидуальное собеседование,
- письменные ответы на вопрос(ы).
- тестирование и т.п.

Для оценивания результатов обучения в виде **УМЕНИЙ** и **ВЛАДЕНИЙ** используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее - ПКЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

По сложности ПКЗ разделяются на:

- простые задания (далее - простые ПКЗ);
- комплексные задания (далее - комплексные ПКЗ).

Для оценивания **УМЕНИЙ** - применяются **простые ПКЗ**.

Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия. К ним можно отнести: простые ситуационные задачи с коротким ответом или простым действием; несложные задания по выполнению конкретных действий.

Для оценивания **ВЛАДЕНИЙ** - применяются **комплексные ПКЗ**.

Комплексные задания требуют многоходовых решений как в типичной, так и в нестандартной ситуациях. Это задания в открытой форме, требующие поэтапного решения и развернутого ответа, в т.ч. задания на индивидуальное или коллективное выполнение проектов, на выполнение практических действий или

лабораторных работ.

Типы практических контрольных заданий:

- задания на установление правильной последовательности, взаимосвязанности действий, выяснения влияния различных факторов на результаты выполнения задания;
- установление последовательности (описать алгоритм выполнения действия),
- нахождение ошибок в последовательности (определить правильный вариант последовательности действий);
- указать возможное влияние факторов на последствия реализации умения и т.д.
- задания на принятие решения в нестандартной ситуации (ситуации выбора, многоальтернативности решений, проблемной ситуации);
- задания на оценку последствий принятых решений;
- задания на оценку эффективности выполнения действия и т.п.

В целях итогового контроля сформированности компетенции используются:

- защиты индивидуальных или групповых проектов;
- оформление и защита отчетов по комплексным практическим работам;
- защита (презентация) портфолио, при наличии объективных практических результатов внеаудиторной активности обучаемого по профилю дисциплины, характеризующих уровень сформир. компетенции(ий) и т. п.

Мнемоническое правило

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю); ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ: "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно"				ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ
	"ОТЛИЧНО"	"ХОРОШО"	"УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"	"НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"	
Знать_____	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОВЫШЕННЫЙ для Знать	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. БАЗОВЫЙ для Знать	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОРОГОВЫЙ для Знать	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. НЕДОСТАТОЧНЫЙ для Знать	- устный ответ; - собеседование; - - выполнение тестов и т.п.
Уметь_____	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОВЫШЕННЫЙ для Уметь	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. БАЗОВЫЙ для Уметь	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОРОГОВЫЙ для Уметь	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. НЕДОСТАТОЧНЫЙ для Уметь	- выполнение простого (х)ПКЗ и т.п.

Владеть Итоговый контроль сформированности компетенции	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОВЫШЕННЫЙ для Владеть	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. БАЗОВЫЙ для Владеть	см. ТАБЛИЦУ 1 критерий ПОРОГОВЫЙ для Владеть	см ТАБЛИЦУ 1. критерий. НЕДОСТАТОЧНЫЙ для Владеть	- выполнение комплексного ПКЗ; - защита проекта; - защита портфолио и т.п.
---	--	--	---	--	---

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

При организации и проведении промежуточной аттестации, исходя из перечня планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), по каждой компетенции или связанным несколькими компетенциям, в формировании которых участвует учебная дисциплина (модуль), кафедрой формируются **фонд оценочных средств к экзамену** (соответственно - дифференцированному зачету или зачету):

- **примерный перечень вопросов к экзамену, зачету с оценкой** для оценивания результатов обучения в виде **ЗНАНИЙ**. При этом, за каждым вопросом в скобках указываются(ется) компетенции(я), уровень сформированности которых(ой) будет оцениваться;

- **примерный перечень простых практических контрольных заданий к экзамену, зачету с оценкой** для оценивания результатов обучения в виде **УМЕНИЙ**. При этом, за каждым заданием в скобках указываются(ется) компетенции(я), уровень сформированности которых(ой) будет оцениваться;

- **примерный перечень комплексных практических контрольных заданий к экзамену, зачету с оценкой** для оценивания результатов обучения в виде **ВЛАДЕНИЙ**. при этом, за каждым заданием в скобках указываются(ется) компетенции(я), уровень сформированности которых(ой) будет оцениваться;

Для проведения промежуточной аттестации, исходя из сформированных перечней (вопросов к экзамену, простых ПКЗ, комплексных ПКЗ) формируются билеты к экзамену (соответственно - диф. зачету или зачету).

Сформированные перечни (вопросы к экзамену, простые ПКЗ, комплексные ПКЗ) должны в совокупности охватывать все компетенции и заявленные в программе основные результаты обучения по дисциплине (модулю) на уровне **ЗНАТЬ, УМЕТЬ, ВЛАДЕТЬ**.

Билеты формируются случайной выборкой из приведенных выше перечней, а итоговый результат оценивания соотносится на весь заявленный в программе перечень результатов обучения по дисциплине (модулю).

Каждый билет включает:

1. Вопрос для оценивания результатов обучения в виде **ЗНАНИЙ**;
2. Простое практическое контрольное задание для оценивания результатов обучения в виде **УМЕНИЙ**;
3. Комплексное практическое контрольное задание для оценивания

результатов обучения в виде ВЛАДЕНИЙ.

Методика оценивания: при проведении промежуточной аттестации, как правило, применяется среднее арифметическое значения оценок, полученных за каждый элемент оценивания, указанный в билете (вопрос и два практических задания).

Итоговая оценка по дисциплине (модулю) рассчитывается как отношение суммы оценок, полученных обучаемым за каждый вопрос и задания в билете (вопрос и 2 задания, далее - элемент контроля) поделенное на количество полученных оценок (3).

При проведении оценивания по вопросам и заданиям, указанным в билете, в ходе промежуточной аттестации, преподаватель может учитывать результаты текущего контроля.

Устанавливаются следующие шкалы оценивания уровней освоения компетенций, предусмотренных рабочей программой при проведении экзамена и дифференцированного зачета:

«ПОВЫШЕННЫЙ» - выставляется оценка - 5 «ОТЛИЧНО», если среднее арифметическое значение оценок по элементам контроля находится в интервале от 4.5-5.0;

«БАЗОВЫЙ» - выставляется оценка - 4 «ХОРОШО», если среднее арифметическое значение оценок по элементам контроля находится в интервале от 3.5 - 4.4;

«ПОРОГОВЫЙ» - выставляется оценка - 3 «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО», если среднее арифметическое значение оценок по элементам контроля находится в интервале от 2.5 - 3.4.

«НЕДОСТАТОЧНЫЙ» - выставляется оценка - 2 «НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО», если среднее арифметическое значение оценок по элементам контроля менее 2.5.

При проведении зачета: если достигнут один из показателей: «ПОВЫШЕННЫЙ», «БАЗОВЫЙ» или «ПОРОГОВЫЙ» - выставляется оценка «ЗАЧТЕНО», если среднее арифметическое значение оценок находится в интервале от 2.5-5.0. В противном случае: если достигнут показатель «НЕДОСТАТОЧНЫЙ.» - выставляется оценка «НЕЗАЧТЕНО», если среднее арифметическое значение оценок по элементам контроля менее 2.5

6. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (промежуточной аттестации) по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции

6.1 Примерный перечень вопросов к экзамену, зачету с оценкой для оценивания результатов обучения в виде ЗНАНИЙ

1 семестр

Сформулировать определения или свойства

№	Вопрос	Компетенция
---	--------	-------------

1.	Понятие числовых множеств. Действия над числовыми множествами. Числовые промежутки. Окрестность точки.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Обратная функция. Сложная функция.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратно – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Числовые последовательности и их характеристики. Теорема Вейерштрасса (без доказательства)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Односторонние пределы.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Бесконечно малые и бесконечно большие функции.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Сравнение бесконечно малых.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Производная; её геометрический и физический смысл.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Свойства функций, непрерывных на отрезке (б/д)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Дифференцирование неявно заданных функций.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Понятие дифференциала функций.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Основные правила вычисления дифференциалов. (б/д)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Задача линеаризации функции.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Прием логарифмического дифференцирования.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Асимптоты графика функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Неопределённый интеграл и первообразная.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Таблица основных интегралов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Интегралы вида: $\int \sin^m x \cos^n x dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Интегралы вида: $\int \sin mx \cos nx dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Определённый интеграл как предел интегральной суммы	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Геометрический и физический смысл определённого интеграла	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Замена переменной в определённом интеграле	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Интегрирование по частям в определённом интеграле	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

2 семестр

Сформулировать определения или свойства

№	Вопрос	Компетенция
1.	Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Определение вектора. Условие равенства векторов. Коллинеарные и компланарные векторы	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Проекция вектора на ось	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Определение скалярного произведения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Определители второго и третьего порядков и их вычисление	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Определение векторного произведения и его геометрический	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	смысл	
7.	Определение смешанного произведения и его геометрический смысл	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Виды уравнений прямой на плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Определение угла между прямыми на плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Общее уравнение эллипса и его геометрические характеристики	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Общее уравнение гиперболы и ее геометрические характеристики	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Общее уравнение параболы и ее геометрические характеристики	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Способы задания и виды уравнений плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Плоскость как геометрическое место точек	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Прямая в пространстве как геометрическое место точек	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Взаимное расположение плоскостей	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Взаимное расположение прямых в пространстве	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности прямой и плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Матрица. Виды матриц	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Индуктивное определение определителя n -ого порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Понятие системы линейных уравнений и ее решения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Однородные системы линейных уравнений: основные определения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Общее решение линейной однородной системы	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

3 семестр

Сформулировать определения или свойства

№	Вопрос	Компетенция
1.	Определение функции двух переменных. Геометрический смысл области определения и множества значений	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Понятие предела функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Непрерывность функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Определение частных производных первого порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Частные производные высших порядков	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Формула Тейлора	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Определение экстремума функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Задача о вычислении объема тела	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Определение двойного интеграла	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Определение криволинейного интеграла первого рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Определение криволинейного интеграла второго рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

4 семестр

Сформулировать определения или свойства

№	Вопрос	Компетенция
1.	Числовой ряд как сумма элементов последовательности	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Понятие частичных сумм числового ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Остаточный член числового ряда и его связь с частичными	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	суммами	
4.	Определение суммы ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Понятие сходящегося ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Геометрическая прогрессия как пример числового ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Примеры расходящихся числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Понятие знакоположительных числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Понятие знакопеременных и знакопеременных числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Понятие функционального ряда и его области сходимости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Понятие степенного ряда. Радиус, интервал и область сходимости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Понятие ряда Тейлора	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Понятие ряда Маклорена	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Понятие тригонометрического ряда	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие общего и частного решений	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

6.2 Примерный перечень простых практических контрольных заданий к экзамену для оценивания результатов обучения в виде УМЕНИЙ

1 семестр

Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

№	ППЗ	Компетенция
1.	Предел числовой последовательности	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Предельный переход в неравенствах	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Предел функции в точке	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Связь между функцией, пределом и бесконечно малой величиной	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Основные теоремы о пределах	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Первый замечательный предел	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Второй замечательный предел	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Непрерывность функции в точке и на промежутке	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Точки разрыва функции и их классификация	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Основные теоремы о непрерывных функциях	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

14.	Вывод формул $(u+v)'$; $(uv)'$; $(\frac{u}{v})'$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Производная сложной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Производная обратной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Производные основных элементарных функций: таблица производных (вывод)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Дифференцирование параметрически заданных функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы dy	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Теорема Ролля	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Теорема Коши	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Теорема Лагранжа	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Правило Лопиталья	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
26.	Экстремум. Необходимые условия существования экстремума	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
27.	Достаточные условия экстремума	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
28.	Выпуклость графика функции. Точки перегиба	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
29.	Таблица основных интегралов (вывод формул)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
30.	Интегрирование заменой переменной	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
31.	Интегрирование по частям	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
32.	Интегралы вида: $\int \frac{dx}{(x-a)^k}$; $\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c} dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
33.	Теорема об интегрировании алгебраической дроби	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
34.	Формула Ньютона-Лейбница	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
35.	Задача о вычислении площади плоской области	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
36.	Вычисление объемов тел вращения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

2 семестр

Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

№	ППЗ	Компетенция
1.	Линейные операции над векторами	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Представление векторов в декартовой системе координат	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Свойства векторного произведения. Условие коллинеарности векторов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

7.	Векторное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Свойства смешанного произведения векторов. Условие компланарности трех векторов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Смешанное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Вывод общего уравнения прямой на плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Задачи: о расстоянии от точки до прямой на плоскости, о расстоянии между параллельными прямыми на плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Угол между прямыми на плоскости (вывод формул)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Общее уравнение плоскости (вывод уравнения)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Задачи: о расстоянии от точки до плоскости, о расстоянии между параллельными плоскостями	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Вывод канонических уравнений прямой	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Общие уравнения прямой в пространстве. Переход к каноническим уравнениям прямой	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Расстояние между скрещивающимися прямыми (вывод формулы)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Задача о пересечении прямой и плоскости	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Линейные операции над матрицами	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Свойства определителей и основные методы их вычисления	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Обратная матрица и ее отыскание	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Теорема Крамера (с доказательством)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Теорема об общем решении линейной неоднородной системы	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Метод Гаусса	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

3 семестр

Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

№	ППЗ	Компетенция
1.	Теоремы о свойствах непрерывных функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Задача о линеаризации функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Формулы частных производных сложных функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Формулы частных производных функций, заданных неявно	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Теорема Шварца о равенстве смешанных производных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Инвариантность формы дифференциала первого порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Достаточный признак существования экстремума функции двух	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	переменных	
13.	Задача о наибольшем и наименьшем значениях функции двух переменных в замкнутой ограниченной области	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Свойства двойного интеграла	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Задачи о вычислении площади плоской фигуры и объема тела	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Свойства криволинейного интеграла первого рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Способы вычисления криволинейного интеграла первого рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Приложения криволинейного интеграла первого рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Способы вычисления криволинейного интеграла второго рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Приложения криволинейного интеграла второго рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Свойства криволинейного интеграла второго рода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Формула Грина (теорема с доказательством)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

4 семестр

Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

№	ППЗ	Компетенция
1.	Свойства сходящихся числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Необходимый признак сходимости числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: мажорантный признак сравнения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: предельный признак сравнения	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признак Даламбера	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: радикальный признак Коши	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: интегральный признак Коши	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Исследование сходимости рядов гармонического типа	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Теорема Абеля	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Разложение основных элементарных функций в степенные ряды (привести примеры разложений с выводом формул)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Приближенные вычисления с применением степенных рядов. Оценка погрешности	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Ортогональные системы функций. Привести примеры (с доказательством)	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Ряд Фурье. Теорема Дирихле	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Уравнения с разделяющимися переменными. Метод	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	интегрирования	
18.	Однородные уравнения. Метод интегрирования	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Линейные уравнения. Метод интегрирования	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Уравнения Бернулли. Метод интегрирования	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы интегрирования	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Понятие линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Теорема о структуре общего решения однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Теорема о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
26.	Метод решения линейного однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
27.	Метод решения линейного неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
28.	Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

6.3 Примерный перечень комплексных практических контрольных заданий к экзамену для оценивания результатов обучения в виде ВЛАДЕНИЙ

1 семестр

Продemonстрировать владение теоретическим материалом при решении задач и упражнений:

№	КПЗ	Компетенция
1.	Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 2n}{3n^2 + 2n - 2} \right)^{n+1}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Вычислить $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Вычислить $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt[3]{2x-2}}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Вычислить $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 6x}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Вычислить с помощью эквивалентных б.м. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} \left(\sqrt{1 + x + \frac{x^2}{2}} - 1 \right)}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Исследовать на непрерывность функцию, сделать рисунок $y = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{ x }, & x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

7.	Найти значение производной функции $y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 7x^3 - 21x^2 + 18$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Найти производную функции $f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x_0 = 0$, если $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Вычислить производную функции $y = \cos^2(4x - 5)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Исследовать на экстремум $y = -2x^2 - 6x + 5$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 6x$ на отрезке $[0; 7]$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Вычислить производную функции $y = x^{-x^2}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Найдите асимптоты графика функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя) $\lim_{x \rightarrow 0} (x)^x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Найти точки перегиба и интервалы выпуклости (вогнутости) функций: $f(x) = x^3 - 12x^2 + x - 1$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Вычислите интеграл: $\int \frac{x dx}{7x^2 - 3}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Вычислить интеграл (методом интегрирования по частям) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной параболой $y = 4x^2$ и прямой $y = 4x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$?	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Вычислите интеграл: $\int \frac{x+5}{x^2 - 2x - 3} dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Вычислите интеграл: $\int \sin x \cos^4 x dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Вычислить неопределенный интеграл $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
26.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 4} dx$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
27.	Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой $y = x + 1$, $0 \leq x \leq 2$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

2 семестр

Продемонстрировать владение теоретическим материалом при решении задач и упражнений:

№	КПЗ	Компетенция
1.	Вычислите $\det(A^{-1})(AB^T)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Вычислите A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Вычислите $\text{pr}_{\bar{b}}(\bar{a} + 3\bar{b})$, если $\bar{a} = -5\bar{m} - 6\bar{n}$, $\bar{b} = 2\bar{m} + 7\bar{n}$, $ \bar{m} = 2$, $ \bar{n} = 7$, $(\bar{m}, \bar{n}) = \pi$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее методом Крамера	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Составьте уравнение прямой (A_4M) , перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1 = (0, 4, 5)$, $A_2 = (3, -2, 1)$, $A_3 = (4, 5, 6)$, $A_4 = (3, 3, 2)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Напишите канонические уравнения прямой l , если в правом ортонормированном репере $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ она задана своими общими уравнениями $\begin{cases} 4x + y - 3z + 4 = 0, \\ 2x - y + 2z + 2 = 0. \end{cases}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Вычислите объем пирамиды $ABCD$ и длину ее высоты, опущенную из вершины D на грань ABC , если $A = (12, 2, 3)$,	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	$B = (-7, -5, 0), C = (-4, -8, -5), D = (-4, 0, -3)$	
9.	Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне $[AB]$ треугольника ABC , если $A = (-5, 1), B = (8, -2), C = (1, 4)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Найдите точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ и $2x + 3y + z - 1 = 0$, соответственно	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Вычислите модуль векторного произведения $[3\bar{a} - \bar{b}, 2\bar{c} + \bar{a}]$, если $\bar{a} = 4\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}, \bar{b} = -3\bar{j} - \bar{k}, \bar{c} = \frac{1}{2}\bar{i} - 2\bar{k}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее методом Гаусса	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты, опущенную из вершины C на сторону $[AB]$, если $A = (-7, -6, -5), B = (5, 1, -3), C = (8, -4, 0)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее матричным методом	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Вычислите скалярное произведение $(\bar{b} - \bar{a}) \cdot (-\bar{c} + 3\bar{a})$ и $\sin\left(\frac{\pi}{2}, -\bar{c}\right)$, если $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + \bar{k}, \bar{b} = \bar{j} + 4\bar{k}, \bar{c} = 5\bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Вычислите смешанное произведение $(\bar{a}, \bar{b} - \bar{c}, \bar{a} - 6\bar{c})$, если $\bar{a} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 5\bar{i} - \bar{j} + 4\bar{k}, \bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} - 3\bar{k}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Вычислите расстояние от точки M_0 до плоскости (ABC) , если $A = (1, -2, 2), B = (-3, 2, 3), C = (3, 0, 6), M_0 = (-2, 5, -4)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Вычислите расстояние между прямыми l и m , которые заданы уравнениями $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0, \\ x + 3y - z + 2 = 0, \end{cases}$ и $\begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0, \\ x + 2y - z + 1 = 0, \end{cases}$ соответственно	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Вычислите угол между плоскостями $x - 2y + 2z - 3 = 0$ и $3x - 4y + 5 = 0$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Известно, что M_0 – это точка пересечения высот треугольника	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	ABC . Найдите координаты вершины C треугольника ABC , если $A = (-4, 4)$, $B = (4, -12)$, $M_0 = (4, 2)$	
21.	Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Найдите точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{0}$ и $2x - 4y - 3z + 7 = 0$, соответственно.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Составьте уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые, заданные уравнениями $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Исследуйте взаимное расположение прямых, которые заданы уравнениями $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

3 семестр

Продемонстрировать владение теоретическим материалом при решении задач и упражнений:

№	КПЗ	Компетенция
1.	Вычислить предел функции 2-х переменных: $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Найти dz от следующей функции: $z = xy - \frac{x}{y}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Найти смешанную частную производную второго порядка для функции $z = \sin x \sin y$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Найти частные производные второго порядка $z = \arctg \frac{y}{x}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Найти частные производные второго порядка $z = \frac{xy}{x-y}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z = x^2 \ln(x+y)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $x^2 - 2 \cdot y^2 + 3 \cdot z^2 - y \cdot z + y = 0$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Найти частные производные неявной функции, заданной	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	уравнением $x^2 \cdot y - y^2 \cdot z + z \cdot x = 0$.	
10.	Найти частные производные первого и второго порядка неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением: $z^2 \cdot x - x^2 \cdot y + y^2 \cdot z + 2 \cdot x - y = 0$ в точке $(0; 1)$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + x \cdot y + y^2 - 2x - 3y$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Определить наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - x \cdot y + x + y$ в области $x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
13.	Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области: $\iint_{(D)} (x + y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Записать двойной интеграл $\iint_{(P)} f(x, y) dx dy$ в виде повторных интегралов (двумя способами), если область (P) — квадрат, ограниченный прямыми $x + y = 1, x - y = 1, y - x = 1, x + y = -1$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Поменять порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} (x + y)^3 (x - y)^2 dx dy$, если область (D) — квадрат, ограниченный прямыми $x + y = 1, x - y = 1, x + y = 3, x - y = -1$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy$ повторным интегрированием, если область (D) ограничена линиями $xy = 1, xy = 2, y = \frac{1}{2}x, y = 2x$, причем $x \geq 0, y \geq 0$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} e^{x^2 + y^2} dx dy$, выполнив замену переменных $x = \rho \cos \phi, y = \rho \sin \phi, \rho > 0$, если область (D) представляет собой круг радиуса r с центром в начале координат	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = y^2 - 2y, x + y = 0$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

20.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $3y^2 = 25x$, $5x^2 = 9y$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Вычислить объём прямого бруса, ограниченного сверху параболоидом $z = 4 - x^2 - y^2$ и имеющего основанием квадрат, ограниченный в плоскости xOy прямыми $x = \pm 1$, $y = \pm 1$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Вычислить объём тела, ограниченного снизу плоскостью xOy , сверху плоскостью $2 - x - y - 2z = 0$, с боков – цилиндрической поверхностью $y = x^2$ и плоскостью $y = x$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Вычислить площадь части поверхности параболоида $x = 1 - y^2 - z^2$, вырезанной цилиндром $y^2 + z^2 = 1$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Вычислите криволинейный интеграл первого рода $I = \int_{AB} x^2 y ds$, где кривая AB задана уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(L)} y^3 ds$, где (L) - арка циклоиды, $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
26.	Вычислите криволинейный интеграл $\int_{(L)} \frac{x}{y} ds$, где (L) — дуга параболы $y^2 = 2x$, лежащая между точками $(1, \sqrt{2})$ и $(2, 2)$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
27.	Найти массу M дуги кривой $x = t$, $y = \frac{t^2}{2}$, $z = \frac{t^3}{3}$ ($0 \leq t \leq 1$), линейная плотность которой меняется по закону $\gamma = \sqrt{2y}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
28.	Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x^2 y dx + x^3 dy$. L – контур, ограниченный параблами $y^2 = x$; $x^2 = y$. Направление обхода контура положительное.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
29.	Вычислить $\oint_L y(1 - x^2) dx + (1 + y^2) dy$, где контур L – окружность $x^2 + y^2 = 4$, пробегаемая в положительном направлении обхода	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
30.	Показать, что выражение $\frac{x}{y} dy + (\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{x} + \ln y) dx$ будет	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

	полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.	
--	--	--

4 семестр

Продemonстрировать владение теоретическим материалом при решении задач и упражнений:

№	КПЗ	Компетенция
1.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
2.	Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
3.	Исследуйте на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
4.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n^2}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
5.	Решите задачу Коши: $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
6.	Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
7.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -\pi < x \leq 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
8.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n (x+3)^n}{n}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
9.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = (1+x^2)(4+y^2)$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
10.	Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \frac{3}{(1-x)(1+2x)}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
11.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 4y = xe^{2x}$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
12.	Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n+4}$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

13.	Решите задачу Коши: $y'' - y' - 12y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
14.	Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n^2}{n^2}$ на абсолютную и условную сходимость	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
15.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = e^{-2x} + x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
16.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n n!}{(2n)!} x^n$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
17.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = e^x$ в интервале $(-\pi, \pi)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
18.	Решите дифференциальное уравнение $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
19.	Вычислите $\ln 10$ с точностью $\alpha = 0,0001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
20.	Решите дифференциальное уравнение $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
21.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = x^2$ в интервале $(-3, 3)$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
22.	Решите дифференциальное уравнение $y''' = x - \sin x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
23.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = e^x$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
24.	Вычислите $\sqrt[3]{e}$ с точностью $\alpha = 0,00001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции	УК-2, ОПК-1, ОПК-2
25.	Решите задачу Коши: $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 2$	УК-2, ОПК-1, ОПК-2

6.4 Примерный список зачетных работ и билетов к экзамену

1 семестр (зачет с оценкой)

Зачетная работа, вариант №1	
1.	Понятие числовых множеств. Действия над числовыми множествами. Числовые промежутки. Окрестность точки.
2.	Производная сложной функции
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{x}{e^{x^2}} dx$

Зачетная работа, вариант №2	
1.	Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность
2.	Производная обратной функции
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \left(\frac{5 + \cos^3 x}{\cos^2 x} + 6x^2 \right) dx$

Зачетная работа, вариант №3	
1.	Обратная функция. Сложная функция.
2.	Производные основных элементарных функций: таблица производных (вывод)
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \left(\frac{52x^3\sqrt{x} - 5x^2 + 2x + 2}{x^3\sqrt{x}} \right) dx$

Зачетная работа, вариант №4	
1.	Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратно – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики
2.	Дифференцирование параметрически заданных функций
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \left(2x^3\sqrt{x} - 5x^2 + 2x - \frac{5}{x-1} \right) dx$

Зачетная работа, вариант №5	
1.	Числовые последовательности и их характеристики. Теорема Вейерштрасса (без доказательства)
2.	Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций
3.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

Зачетная работа, вариант №6	
1.	Односторонние пределы.

2.	Дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы dy
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 4} dx$

Зачетная работа, вариант №7	
1.	Бесконечно малые и бесконечно большие функции
2.	Теорема Ролля
3.	Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой $y = x + 1$, $0 \leq x \leq 2$

Зачетная работа, вариант №8	
1.	Сравнение бесконечно малых
2.	Теорема Коши
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 4} dx$

Зачетная работа, вариант №9	
1.	Производная; её геометрический и физический смысл
2.	Интегрирование заменой переменной
3.	Найти точки перегиба и интервалы выпуклости (вогнутости) функций: $f(x) = x^3 - 12x^2 + x - 1$

Зачетная работа, вариант №10	
1.	Свойства функций, непрерывных на отрезке (б/д)
2.	Предел числовой последовательности
3.	Вычислить неопределенный интеграл $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$

Зачетная работа, вариант №11	
Дифференцирование неявно заданных функций	
Предельный переход в неравенствах	
Вычислите интеграл: $\int \sin x \cos^4 x dx$	

Зачетная работа, вариант №12	
1.	Понятие дифференциала функций
2.	Предел функции в точке

3.	Вычислите интеграл: $\int \frac{x+5}{x^2-2x-3} dx$
----	--

Зачетная работа, вариант №13	
1.	Основные правила вычисления дифференциалов (б/д)
2.	Связь между функцией, пределом и бесконечно малой величиной
3.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

Зачетная работа, вариант №14	
1.	Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Задача линеаризации функции
2.	Основные теоремы о пределах
3.	Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной параболой $y = 4x^2$ и прямой $y = 4x$

Зачетная работа, вариант №15	
1.	Прием логарифмического дифференцирования
2.	Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции
3.	Вычислить интеграл (методом интегрирования по частям) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx$

Зачетная работа, вариант №16	
1.	Асимптоты графика функции
2.	Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции
3.	Вычислите интеграл: $\int \frac{x dx}{7x^2 - 3}$

Зачетная работа, вариант №17	
1.	Неопределённый интеграл и первообразная
2.	Первый замечательный предел
3.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 6x$ на отрезке $[0;7]$

Зачетная работа, вариант №18	
1.	Таблица основных интегралов
2.	Второй замечательный предел
3.	Исследовать на экстремум $y = -2x^2 - 6x + 5$

Зачетная работа, вариант №19	
------------------------------	--

1.	Интегралы вида: $\int \sin^m x \cos^n x dx$
2.	Непрерывность функции в точке и на промежутке
3.	Найти производную функции $f(x)$ и вычислить ее значение в точке $x_0=0$, если $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$

Зачетная работа, вариант №20	
1.	Интегралы вида: $\int \sin mx \cos nx dx$
2.	Точки разрыва функции и их классификация
3.	Вычислить производную функции $y = \cos^2(4x - 5)$

Зачетная работа, вариант №21	
Определённый интеграл как предел интегральной суммы	
Основные теоремы о непрерывных функциях	
Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$	

Зачетная работа, вариант №22	
1.	Геометрический и физический смысл определённого интеграла
2.	Вывод формул $(u+v)'$; $(uv)'$; $(\sqrt{v})'$
3.	Вычислить $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt[3]{2x} - 2}$

Зачетная работа, вариант №23	
1.	Замена переменной в определённом интеграле
2.	Теорема Лагранжа
3.	Вычислить $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$

Зачетная работа, вариант №24	
1.	Интегрирование по частям в определённом интеграле
2.	Правило Лопиталя
3.	Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 2n}{3n^2 + 2n - 2} \right)^{n+1}$

Зачетная работа, вариант №25	
1.	Обратная функция. Сложная функция
2.	Формула Ньютона-Лейбница
3.	Найти значение производной функции $y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.

2 семестр (экзамен)

Билет №1	
1.	Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве
2.	Вывод общего уравнения прямой на плоскости
3.	Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}$.

Билет №2	
1.	Определение вектора. Условие равенства векторов. Коллинеарные и компланарные векторы
2.	Задачи: о расстоянии от точки до прямой на плоскости, о расстоянии между параллельными прямыми на плоскости
3.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее методом Гаусса

Билет №3	
1.	Проекция вектора на ось
2.	Угол между прямыми на плоскости (вывод формул)
3.	Вычислите объем пирамиды $ABCD$ и длину ее высоты, опущенную из вершины D на грань ABC , если $A = (12, 2, 3)$, $B = (-7, -5, 0)$, $C = (-4, -8, -5)$, $D = (-4, 0, -3)$

Билет №4	
1.	Определение скалярного произведения
2.	Общее уравнение плоскости (вывод уравнения)
3.	Вычислите $\det(A^{-1})(AB^T)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$

Билет №5	
1.	Определители второго и третьего порядков и их вычисление
2.	Задачи: о расстоянии от точки до плоскости, о расстоянии между параллельными плоскостями
3.	Вычислите модуль векторного произведения $[3\vec{a} - \vec{b}, 2\vec{c} + \vec{a}]$, если $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$,

	$\bar{b} = -3\bar{j} - \bar{k}, \bar{c} = \frac{1}{2}\bar{i} - 2\bar{k}$
--	--

Билет №6	
1.	Определение векторного произведения и его геометрический смысл
2.	Вывод канонических уравнений прямой
3.	Вычислите A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Билет №7	
1.	Определение смешанного произведения и его геометрический смысл
2.	Общие уравнения прямой в пространстве. Переход к каноническим уравнениям прямой
3.	Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$

Билет №8	
1.	Виды уравнений прямой на плоскости
2.	Линейные операции над матрицами
3.	Вычислите площадь треугольника ABC и длину его высоты, опущенную из вершины C на сторону $[AB]$, если $A = (-7, -6, -5), B = (5, 1, -3), C = (8, -4, 0)$

Билет №9	
1.	Определение угла между прямыми на плоскости
2.	Свойства определителей и основные методы их вычисления
3.	Вычислите скалярное произведение $(\bar{b} - \bar{a}) \cdot (-\bar{c} + 3\bar{a})$ и $\sin\left(\frac{\pi}{2}, -\bar{c}\right)$, если $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + \bar{k}, \bar{b} = \bar{j} + 4\bar{k}, \bar{c} = 5\bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$

Билет №10	
1.	Общее уравнение эллипса и его геометрические характеристики
2.	Обратная матрица и ее отыскание
3.	Вычислите смешанное произведение $(\bar{a}, \bar{b} - \bar{c}, \bar{a} - 6\bar{c})$, если $\bar{a} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$,

	$\bar{b} = 5\bar{i} - \bar{j} + 4\bar{k}, \bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} - 3\bar{k}$
--	--

Билет №11	
1.	Общее уравнение гиперболы и ее геометрические характеристики
2.	Теорема Крамера (с доказательством)
3.	Вычислите расстояние от точки M_0 до плоскости (ABC) , если $A = (1, -2, 2)$, $B = (-3, 2, 3)$, $C = (3, 0, 6)$, $M_0 = (-2, 5, -4)$

Билет №12	
1.	Общее уравнение параболы и ее геометрические характеристики
2.	Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли)
3.	Найдите точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{0}$ и $2x - 4y - 3z + 7 = 0$, соответственно.

Билет №13	
1.	Способы задания и виды уравнений плоскости
2.	Теорема об общем решении линейной неоднородной системы
3.	Составьте уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые, заданные уравнениями $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Билет №14	
1.	Плоскость как геометрическое место точек
2.	Метод Гаусса
3.	Вычислите $\text{pr}_{\bar{b}}(\bar{a} + 3\bar{b})$, если $\bar{a} = -5\bar{m} - 6\bar{n}$, $\bar{b} = 2\bar{m} + 7\bar{n}$, $ \bar{m} = 2$, $ \bar{n} = 7$, $(\bar{m}, \bar{n}) = \pi$.

Билет №15	
1.	Прямая в пространстве как геометрическое место точек
2.	Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)
3.	Вычислите $\det(A^{-1})(AB^T)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

Билет №16	
1.	Взаимное расположение плоскостей
2.	Смешанное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

3.	Вычислите A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.
----	--

Билет №17	
1.	Взаимное расположение прямых в пространстве
2.	Свойства смешанного произведения векторов. Условие компланарности трех векторов
3.	Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$

Билет №18	
1.	Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности прямой и плоскости
2.	Векторное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)
3.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее методом Крамера

Билет №19	
1.	Матрица. Виды матриц
2.	Свойства векторного произведения. Условие коллинеарности векторов
3.	Составьте уравнение прямой (A_4M) , перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1 = (0, 4, 5)$, $A_2 = (3, -2, 1)$, $A_3 = (4, 5, 6)$, $A_4 = (3, 3, 2)$

Билет №20	
1.	Индуктивное определение определителя n -ого порядка
2.	Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)
3.	Напишите канонические уравнения прямой l , если в правом ортонормированном репере $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ она задана своими общими уравнениями $\begin{cases} 4x + y - 3z + 4 = 0, \\ 2x - y + 2z + 2 = 0. \end{cases}$

Билет №21	
1.	Понятие системы линейных уравнений и ее решения
2.	Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов

3.	Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне $[AB]$ треугольника ABC , если $A = (-5, 1)$, $B = (8, -2)$, $C = (1, 4)$
----	---

Билет №22	
1.	Однородные системы линейных уравнений: основные определения
2.	Представление векторов в декартовой системе координат
3.	Найдите точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ и $2x + 3y + z - 1 = 0$, соответственно

Билет №23	
1.	Общее решение линейной однородной системы
2.	Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
3.	Вычислите угол между плоскостями $x - 2y + 2z - 3 = 0$ и $3x - 4y + 5 = 0$

Билет №24	
1.	Определение угла между прямыми на плоскости
2.	Линейные операции над векторами
3.	Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$ Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и в случае совместности решите ее матричным методом

Билет №25	
1.	Определение вектора. Условие равенства векторов. Коллинеарные и компланарные векторы
2.	Метод Гаусса
3.	Вычислите расстояние между прямыми l и m, которые заданы уравнениями $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0, \\ x + 3y - z + 2 = 0, \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0, \\ x + 2y - z + 1 = 0, \end{cases} \text{ соответственно}$

3 семестр (зачет с оценкой)

Зачетная работа, вариант №1

1.	Определение криволинейного интеграла второго рода
2.	Теоремы о свойствах непрерывных функций
3.	Вычислить площадь части поверхности параболоида $x = 1 - y^2 - z^2$, вырезанной цилиндром $y^2 + z^2 = 1$.

Зачетная работа, вариант №2	
1.	Определение криволинейного интеграла первого рода
2.	Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции
3.	Вычислить объём тела, ограниченного снизу плоскостью xOy , сверху плоскостью $2 - x - y - 2z = 0$, с боков – цилиндрической поверхностью $y = x^2$ и плоскостью $y = x$.

Зачетная работа, вариант №3	
1.	Определение двойного интеграла
2.	Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл
3.	Вычислить объём прямого бруса, ограниченного сверху параболоидом $z = 4 - x^2 - y^2$ и имеющего основанием квадрат, ограниченный в плоскости xOy прямыми $x = \pm 1$, $y = \pm 1$

Зачетная работа, вариант №4	
1.	Задача о вычислении объема тела
2.	Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала
3.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $3y^2 = 25x$, $5x^2 = 9y$.

Зачетная работа, вариант №5	
1.	Определение криволинейного интеграла второго рода
2.	Задача о линеаризации функции двух переменных
3.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $x = y^2 - 2y$, $x + y = 0$.

Зачетная работа, вариант №6	
1.	Определение криволинейного интеграла первого рода
2.	Формулы частных производных сложных функций
3.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} e^{x^2+y^2} dx dy$, выполнив замену переменных $x = \rho \cos \phi$, $y = \rho \sin \phi$, $\rho > 0$, если область (D) представляет собой круг радиуса r с центром в начале координат

Зачетная работа, вариант №7	
1.	Определение двойного интеграла
2.	Формулы частных производных функций, заданных неявно

3.	Найти частные производные первого порядка $z = \arctg \frac{y}{x}$
----	--

Зачетная работа, вариант №8	
1.	Задача о вычислении объема тела
2.	Теорема Шварца о равенстве смешанных производных
3.	Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$

Зачетная работа, вариант №9	
1.	Определение функции двух переменных. Геометрический смысл области определения и множества значений
2.	Инвариантность формы дифференциала первого порядка
3.	Найти частные производные первого и второго порядка неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением: $z^2 \cdot x - x^2 \cdot y + y^2 \cdot z + 2 \cdot x - y = 0$ в точке $(0; 1)$.

Зачетная работа, вариант №10	
1.	Понятие предела функции двух переменных
2.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности
3.	Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $x^2 - 2 \cdot y^2 + 3 \cdot z^2 - y \cdot z + y = 0$.

Зачетная работа, вариант №11	
1.	Непрерывность функции двух переменных
2.	Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных
3.	Показать, что выражение $\frac{x}{y}dy + (\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{x} + \ln y)dx$ будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

Зачетная работа, вариант №12	
1.	Определение двойного интеграла
2.	Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных
3.	Вычислить $\oint_L y(1-x^2)dx + (1+y^2)dy$, где контур L – окружность $x^2 + y^2 = 4$, пробегаемая в положительном направлении обхода

Зачетная работа, вариант №13	
1.	Определение криволинейного интеграла первого рода
2.	Задача о наибольшем и наименьшем значениях функции двух переменных в замкнутой ограниченной области

3.	Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x^2 y dx + x^3 dy$. L – контур, ограниченный параболой $y^2 = x$; $x^2 = y$. Направление обхода контура положительное.
----	--

Зачетная работа, вариант №14	
1.	Определение функции двух переменных. Геометрический смысл области определения и множества значений
2.	Свойства двойного интеграла
3.	Найти массу M дуги кривой $x = t$, $y = \frac{t^2}{2}$, $z = \frac{t^3}{3}$ ($0 \leq t \leq 1$), линейная плотность которой меняется по закону $\gamma = \sqrt{2y}$.

Зачетная работа, вариант №15	
1.	Понятие предела функции двух переменных
2.	Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
3.	Вычислите криволинейный интеграл $\int_{(L)} \frac{x}{y} ds$, где (L) – дуга параболы $y^2 = 2x$, лежащая между точками $(1, \sqrt{2})$ и $(2, 2)$.

Зачетная работа, вариант №16	
1.	Непрерывность функции двух переменных
2.	Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты
3.	Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(L)} y^3 ds$, где (L) – арка циклоиды, $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).

Зачетная работа, вариант №17	
1.	Определение частных производных первого порядка
2.	Задачи о вычислении площади плоской фигуры и объема тела
3.	Вычислите криволинейный интеграл первого рода $I = \int_{AB} x^2 y ds$, где кривая AB задана уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Зачетная работа, вариант №18	
1.	Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных
2.	Свойства криволинейного интеграла первого рода
3.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy$ повторным интегрированием, если область (D) ограничена линиями $xy = 1$, $xy = 2$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2x$, причем

	$x \geq 0, y \geq 0$
--	----------------------

Зачетная работа, вариант №19	
1.	Частные производные высших порядков
2.	Способы вычисления криволинейного интеграла первого рода
3.	Вычислить двойной интеграл $\iint_{(D)} (x+y)^3(x-y)^2 dx dy$, если область (D) — квадрат, ограниченный прямыми $x+y=1, x-y=1, x+y=3, x-y=-1$.

Зачетная работа, вариант №20	
1.	Формула Тейлора
2.	Приложения криволинейного интеграла первого рода
3.	Поменять порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x,y) dy$

Зачетная работа, вариант №21	
1.	Определение экстремума функции двух переменных
2.	Способы вычисления криволинейного интеграла второго рода
3.	Записать двойной интеграл $\iint_{(P)} f(x,y) dx dy$ в виде повторных интегралов (двумя способами), если область (P) — квадрат, ограниченный прямыми $x+y=1, x-y=1, y-x=1, x+y=-1$.

Зачетная работа, вариант №22	
1.	Определение частных производных первого порядка
2.	Приложения криволинейного интеграла второго рода
3.	Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области: $\iint_{(D)} (x+y) dx dy, 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2$.

Зачетная работа, вариант №23	
1.	Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных
2.	Свойства криволинейного интеграла второго рода
3.	Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + x \cdot y + y^2 - 2x - 3y$.

Зачетная работа, вариант №24	
------------------------------	--

1.	Частные производные высших порядков
2.	Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
3.	Определить наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - x \cdot y + x + y$ в области $x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3$.

Зачетная работа, вариант №25	
1.	Определение экстремума функции двух переменных
2.	Формула Грина (теорема с доказательством)
3.	Вычислить предел функции 2-х переменных: $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4}$

4 семестр (экзамен)

Билет №1	
1.	Числовой ряд как сумма элементов последовательности
2.	Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка
3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$.

Билет №2	
1.	Определение суммы ряда
2.	Метод решения линейного неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида
3.	Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}$.

Билет №3	
1.	Понятие сходящегося ряда
2.	Метод решения линейного однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
3.	Исследуйте на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

Билет №4	
1.	Геометрическая прогрессия как пример числового ряда
2.	Теорема о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка
3.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n^2}$.

Билет №5	
1.	Примеры расходящихся числовых рядов

2.	Теорема о структуре общего решения однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка
3.	Решите задачу Коши: $y'' + 4y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$

Билет №6	
1.	Понятие знакоположительных числовых рядов
2.	Понятие линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского
3.	Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$.

Билет №7	
1.	Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов
2.	Уравнения, допускающие понижение порядка. Методы интегрирования
3.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -\pi < x \leq 0, \\ 0, & \text{если } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

Билет №8	
1.	Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда
2.	Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования
3.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n (x+3)^n}{n}$.

Билет №9	
1.	Понятие функционального ряда и его области сходимости
2.	Уравнения Бернулли. Метод интегрирования
3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' = (1+x^2)(4+y^2)$.

Билет №10	
1.	Понятие степенного ряда. Радиус, интервал и область сходимости
2.	Линейные уравнения. Метод интегрирования
3.	Разложите в ряд Маклорена функцию $f(x) = \frac{3}{(1-x)(1+2x)}$.

Билет №11	
1.	Понятие тригонометрического ряда
2.	Однородные уравнения. Метод интегрирования

3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 4y = xe^{2x}$.
----	--

Билет №12	
1.	Понятие ряда Тейлора
2.	Уравнения с разделяющимися переменными. Метод интегрирования
3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 4y = xe^{2x}$

Билет №13	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие общего и частного решений
2.	Ортогональные системы функций. Привести примеры (с доказательством)
3.	Решите задачу Коши: $y'' - y' - 12y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.

Билет №14	
1.	Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка
2.	Приближенные вычисления с применением степенных рядов. Оценка погрешности
3.	Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n^2}{n^2}$ на абсолютную и условную сходимость

Билет №15	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие общего и частного решений
2.	Разложение основных элементарных функций в степенные ряды (привести примеры разложений с выводом формул)
3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = e^{-2x} + x$

Билет №16	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши
2.	Теорема Абеля (с доказательством)
3.	Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n n!}{(2n)!} x^n$

Билет №17	
1.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений
2.	Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов
3.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = e^x$ в интервале $(-\pi, \pi)$

Билет №18	
1.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши
2.	Исследование сходимости рядов гармонического типа

3.	Решите дифференциальное уравнение $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$
----	--

Билет №19	
1.	Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка
2.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: интегральный признак Коши
3.	Вычислите $e^{-0,1}$ с точностью $\alpha = 0,0001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции

Билет №20	
1.	Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка
2.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: радикальный признак Коши
3.	Решите дифференциальное уравнение $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$

Билет №21	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие общего и частного решений
2.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признак Даламбера
3.	Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = x^2$ в интервале $(-3,3)$

Билет №22	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши
2.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: предельный признак сравнения
3.	Решите дифференциальное уравнение $y''' = x - \sin x$

Билет №23	
1.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений
2.	Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: мажорантный признак сравнения
3.	Вычислите $\sqrt[3]{e}$ с точностью $\alpha = 0,00001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции

Билет №24	
1.	Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши

2.	Необходимый признак сходимости числовых рядов
3.	Решите задачу Коши: $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 2$

Билет №25	
1.	Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка
2.	Свойства сходящихся числовых рядов
3.	Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = e^x$